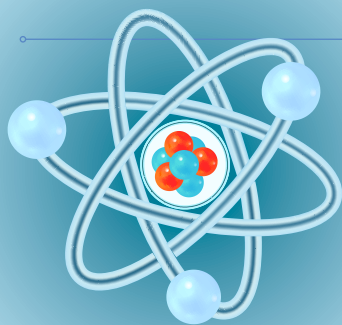


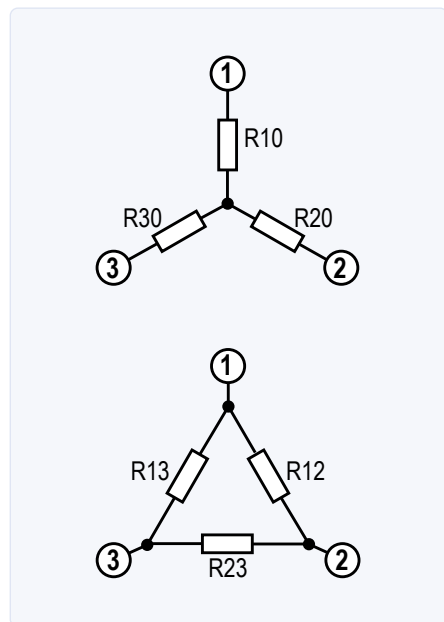


Alle begin...

...hoeft niet zo moeilijk te zijn

Eric Bogers

Waar waren we gebleven voordat Corona ons leven op z'n kop zette, en we u op een speciale zomereditie tracteerden? Juist: serie- en parallelschakeling van weerstanden. We hebben de laatste aflevering afgesloten met een hersenkraker: de H-schakeling...



Figuur 1. De ster-driehoektransformatie.

Het hoofdthema van deze aflevering is de ster-driehoektransformatie (en dat mag u ook de andere kant op lezen: driehoek-stertransformatie). Het principe is geschetst in **figuur 1**. Het gaat erom de stersschakeling boven om

te rekenen naar de driehoekschakeling onder – en dan zo dat beide zich voor de 'buitenwereld' absoluut identiek gedragen. (Het omgekeerde is natuurlijk ook mogelijk.)

Voor de omrekening van ster naar driehoek gelden de onderstaande formules (met de afleiding daarvan zullen we u niet lastigvalen – dit is immers een elektronicijdschrift en geen wiskundetijdschrift):

$$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_{30}} + R_{10} + R_{20}$$

$$R_{23} = \frac{R_{20} \cdot R_{30}}{R_{10}} + R_{20} + R_{30}$$

$$R_{13} = \frac{R_{10} \cdot R_{30}}{R_{20}} + R_{10} + R_{30}$$

En voor de omrekening in de andere richting geldt:

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}$$

$$R_{30} = \frac{R_{23} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}$$

Let alstublieft goed op de benamingen van de diverse weerstanden!

Nu kunnen we die H-schakeling onder handen nemen – zie **figuur 2**. Wanneer we goed kijken, zien we een driehoekschakeling waar aan de basis nog twee weerstanden hangen (dat zijn dan R4 en R5). We onderwerpen de driehoek van R13, R12 en R23 aan de transformatie; laten we de volgende weerstandswaarden aannemen: R13 = 10 Ω, R12 = 20 Ω, R23 = 30 Ω, R4 = 40 Ω en R5 = 50 Ω.

Wanneer we de transformatie uitschrijven, vinden we:

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{13} + R_{12} + R_{23}} = \frac{200}{60} \Omega = 3,3 \Omega$$

$$R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{13} + R_{12} + R_{23}} = \frac{600}{60} \Omega = 10 \Omega$$

$$R_{30} = \frac{R_{23} \cdot R_{13}}{R_{13} + R_{12} + R_{23}} = \frac{300}{60} \Omega = 5 \Omega$$

Wat resteert is een simpele combinatie van serie- en parallelschakelingen; we laten het met een gerust hart aan u over dat verder uit te rekenen (de uitkomst is 29,05 Ω, maar dit terzijde).

Met de natte vinger

Vaak kunnen we ons dit rekenwerk voor een groot deel besparen. Hoe? Door twee 'extreme' situaties te bekijken en een beetje na te denken.

Terug naar onze H-schakeling, **figuur 2** bovenaan. In gedachten verwijderen we weerstand R23 en zetten daar niets voor in de plaats. De totale weerstand van het netwerk moet dan groter worden (bedenk: als we in een netwerk met ohmse weerstanden een weerstand vergroten, wordt de totale weerstand *nooit* kleiner – en hier vergroten we R23 tot oneindig).

De totale weerstand van het netwerk is dan eenvoudig te berekenen; als u dat zelf doet (met dezelfde weerstandswaarden als in het voorbeeld) moet u uitkomen op 29,16 Ω.

Nu vervangen we R23 door het andere uiterste: een draadbrug (we verkleinen de weerstand dus tot nul ohm). Bedenk weer: als we in een netwerk van ohmse weerstanden een weerstand verkleinen, wordt de totale weerstand van dat netwerk *nooit* groter. Ook nu is de berekening eenvoudig; de uitkomst is 28,8 Ω.

Maar dat is leuk! Ongeacht de werkelijke waarde van R23 moet de totale vervangingsweerstand van onze H-schakeling tussen deze beide uiterste waarden liggen. En wanneer (zoals in dit voorbeeld) die waarden niet veel meer dan een procent of zo verschil-

len, mogen we in de praktijk rekenen met het gemiddelde van die uiterste waarden. *Homines perfectici* mogen natuurlijk alles tot op de -tigste decimaal nauwkeurig uitrekenen, maar dat is vaak niet nodig omdat de resulterende fout wordt 'verdoezeld' door de onderdelentoleranties.

Niettemin: in andere gevallen kan de afwijking wel degelijk te groot zijn; het blijft oppassen met die natte vinger! (En afgezien daarvan: natte vingers en elektriciteit zijn in de werkelijke wereld een gevaarlijke combinatie...)

Leidingweerstand

Voordat we (eindelijk!) aan wisselspanning toekomen, moeten we het nog kort over de leidingweerstand hebben. We hebben tot nog toe eigenlijk de weerstand van verbindingsleidingen verwaarloosd – maar elke kabel en elk printspoor heeft een zekere weerstand. En die mag niet onder alle omstandigheden verwaarloosd worden!

Voor de weerstand van een leiding geldt:

$$R = \frac{l \cdot \rho}{A} = \frac{l}{A \cdot \gamma}$$

Hierin is ρ de soortelijke weerstand en γ de soortelijke geleiding. Dat zijn beide materiaalconstanten. Voor de gebruikelijke geleiders (koper, aluminium, zilver) rekent het iets gemakkelijker met de soortelijke geleiding.

Soortelijke weerstand en soortelijke geleiding

materiaal	ρ ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$)	γ ($\text{m}/\Omega \cdot \text{mm}^2$)
koper	0,017	56
aluminium	0,0287	34,8
zilver	0,016	62

In de formule voor de soortelijke geleiding komen nog twee andere variabelen voor: de lengte l van de geleider en diens doorsnede A . Laten we dat eens doorrekenen voor een kabelhaspel met 50 meter kabel, met een doorsnede van $1,5 \text{ mm}^2$. Zo'n kabel heeft twee aders, zodat we met de dubbele lengte moeten rekenen:

$$R = \frac{l}{A \cdot \gamma} = \frac{2 \cdot 50 \text{ m}}{1,5 \text{ mm}^2 \cdot 56 \text{ m}/\Omega \cdot \text{mm}^2} = 1,19 \Omega$$

Nu jagen we een stroom van 16 A door die kabel; over de kabel valt dan een spanning van

$$U = R \cdot I = 1,19 \Omega \cdot 16 \text{ A} = 19 \text{ V}$$

Daarmee zijn we er echter nog niet. De soortelijke weerstand van een materiaal als koper is temperatuurgevoelig – met toenemende temperatuur wordt de soortelijke weerstand groter. Er geldt:

$$\rho_T = \rho_{20} (1 + \alpha (T - 20^\circ))$$

Hierin is α de temperatuurcoëfficiënt, die voor koper de waarde 0,0038 heeft, en T is de temperatuur in $^\circ\text{C}$. De waarde van ρ wordt altijd bij 20°C opgegeven.

Het kan gevaarlijk worden...

Veronderstel dat we onze kabelhaspel op een warme zomerdag gebruiken; de isolatie wordt in de zon lekker warm en een stroom van 16 A is ook niet niks. Nemen we voorzichtig aan dat de koperen geleider een temperatuur bereikt van 60°C . Als we daarmee gaan rekenen, komen we uit op een spanningsverlies van maar liefst 23,3 V (rekent u maar na!)

Bij normale kamertemperatuur wordt in de kabel al een aanzienlijk vermogen gedissipeerd (in warmte omgezet):

$$P_{\text{verlies}} = I^2 \cdot R = (16 \text{ A})^2 \cdot 1,19 \Omega = 304,6 \text{ W}$$

Dat is heel wat, en het teken van de temperatuurcoëfficiënt (positief) werkt hier in ons nadeel: een flink belaste kabel wordt warm, waardoor de soortelijke weerstand toeneemt, waardoor de leidingweerstand toeneemt, waardoor de dissipatie toeneemt en de kabel nog warmer wordt en... Een zelfversterkend effect wat gemakkelijk tot oververhitting en brand kan leiden. U bent gewaarschuwd! 

200320-01

De artikelreeks "Alle begin..." is gebaseerd op het boek "Basiscursus elektronica" van Michael Ebner, dat bij Elektor is verschenen.



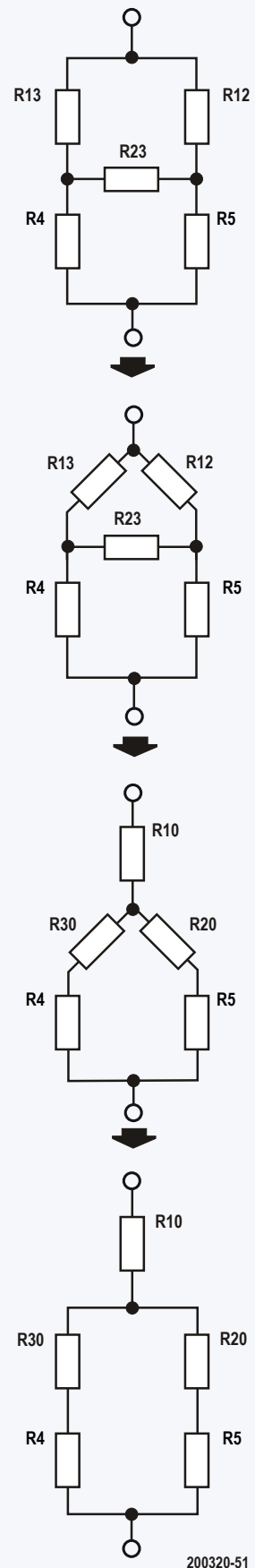
SHOPPING LIST

> **Boek: Basiscursus elektronica**

www.elektor.nl/13950

> **E-boek: Basiscursus elektronica**

www.elektor.nl/18232



Figuur 2. Zo nemen we de H-schakeling onder handen.